

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

30. lipnja 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \ln(\tan^2 x)$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{2}{\sin x \cos x}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{(\ln x - 1)^2}{x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^2(\sqrt{x+2}-1)dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = e^{x+1} - y^2$ oko $(x_0, y_0) = (-1, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.03$ i $\Delta y = 0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = \sqrt{x}$ i $y = \sqrt[3]{x}$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y \tan x + e^x = 2y' \quad (b) \frac{3xy}{y'} = 4\sqrt{x}$$

$$(c) \sqrt[3]{xy'} = y \ln x \quad (d) \ln y = 2y' \sin x + 3.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

30. lipnja 2017.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral

$$\int_0^2 \frac{3x}{\sqrt[3]{5+x^2}} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Dvostruki integral

$$\int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{7\pi}{4}} d\phi \int_0^{-\frac{3}{\sin \phi}} r^2 \cos \phi dr$$

zapišite u Kartezijevim koordinatama. (Ne trebate računati taj integral.) (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dy \int_{\frac{y^2}{4}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

(iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = 2x + y.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \left(\frac{x^2}{2} - y^2 \right) e^{-y}.$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' + y \cos(x) = -3e^{-\sin(x)}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(\pi) = -\pi$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 3y' + 2y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 3y' + 2y = e^x.$$

(4 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 3$ i $y'(0) = 0$. (4 boda)